

Лабораторная работа № 7

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: исследовать зависимость напряжения на конденсаторе от частоты вынуждающего воздействия; определить основные параметры контура.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: генератор синусоидальных сигналов, осциллограф, макет для сборки исследуемого колебательного контура (конденсатор, катушка индуктивности).

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Замкнутая цепь, состоящая из емкости C , индуктивности L , активного сопротивления R , образует колебательный контур (рис. 1). Если в колебательный контур включить источник периодической (гармонической) ЭДС, то в контуре после затухания собственных колебаний установятся вынужденные электрические колебания с частотой, которая совпадает с частотой вынуждающей ЭДС. Интенсивность установившихся электрических колебаний в контуре может быть охарактеризована амплитудой тока (напряжения) на конденсаторе или индуктивности.

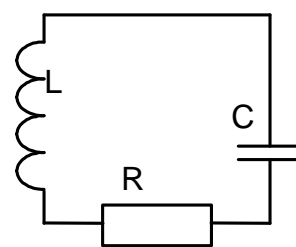


Рис. 1

Амплитуда каждой из этих величин зависит от частоты вынуждающей ЭДС и имеет характерный максимум вблизи собственной частоты контура ω_0 , т.е. наблюдается явление резонанса. Явление резонанса состоит в резком возрастании амплитуды установившихся колебаний при приближении частоты внешней ЭДС ω к собственной частоте ω_0 данного контура.

Поведение контура зависит от способа включения источника. Если источник включается последовательно с элементами L , C , R (рис. 2,а), то говорят о резонансе в последовательном контуре или резонансе напряжения.

Если источник ЭДС питает параллельно включенные ветви контура с L и C (рис. 2,б), то говорят о резонансе в параллельном контуре или резонансе токов. В данной работе экспериментально исследуются зависимость амплитуды U_{cm} переменного напряжения на конденсаторе от частоты напряжения последовательно включенного источника.

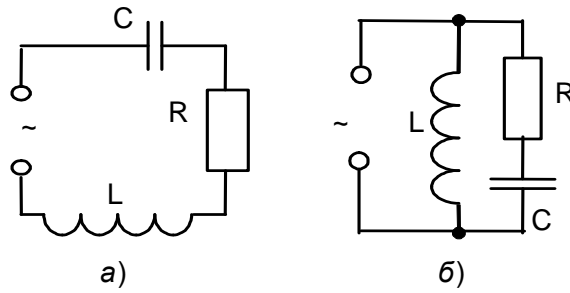


Рис. 2

Уравнение амплитудной резонансной кривой $U_{cm}=f(\omega)$ может быть получено следующим образом.

Приравняв сумму падений напряжения на элементах контура к приложенному напряжению (второе правило Кирхгофа):

$$U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = U(t),$$

где

$$U(t) = U_m \cos \omega t,$$

получим уравнение вынужденных электрических колебаний:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + U_C = U_m \cos \omega t. \quad (1)$$

Произведя преобразования, получим уравнение

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

где $\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - собственная частота контура.

Учитывая, что

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{CdU_c}{dt} = C\dot{U}_c, \quad (q=CU_c),$$

получим

$$\ddot{U} + 2\delta\dot{U} + \omega_0^2 U = \frac{U_m}{L} \cos \omega t. \quad (2)$$

Частное решение уравнения (2) (для установившегося режима) имеет вид:

$$U_c(t) = U_{cm} \cos(\omega t - \varphi),$$

$$U_{cm} = \frac{U_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

где является аналитическим выражением амплитудной резонансной кривой для напряжений на конденсаторе;

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}$$

– сдвиг фаз между внешним напряжением и напряжением на конденсаторе.

Нетрудно показать, что амплитуда напряжения на конденсаторе достигает максимума при частоте $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \leq \omega_0$. Типичные амплитудные резонансные кривые $U_{cm}=f(\omega)$ (амплитудно-частотная характеристика) для различных значений активного сопротивления контура представлены на рис. 3.

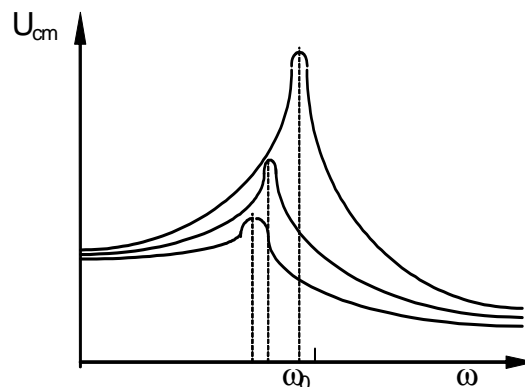


Рис. 3

Известно, что часто свойства колебательной системы удобно характеризовать добротностью Q , которая определяется как величина, обратно пропорциональная логарифмическому декременту затухания θ :

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\delta T}, \text{ или } Q = 2\pi \frac{W}{dW},$$

где W - энергия, запасенная в контуре;

dW - уменьшение энергии контура за период.

Последняя формула наиболее отчетливо отражает физический смысл добротности. Если затухание невелико ($\delta^2 \ll \omega_0^2$), то теоретическое значение добротности может быть рассчитано по формуле:

$$Q_{\text{теор}} \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3)$$

Добротность контура можно легко определить из данных исследования явления резонанса. При малом затухании

$$\omega^* \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4)$$

Тогда U'_{cm} при резонансе будет равно

$$U'_{cm} = \frac{U_m}{\omega^* C \sqrt{R^2 + \left(\omega^* L + \frac{1}{\omega^* C} \right)^2}} = U_m \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx U_m Q$$

Отсюда экспериментальное значение добротности контура можно также определить как отношение максимальной амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде включенного напряжения:

$$Q_{\text{экс}} = \frac{U'_{cm}}{U_m}. \quad (5)$$

Значение напряжения в максимуме (амплитуды) U_{cm} является одной из характеристик амплитудной резонансной кривой. Другой важной характеристикой является ширина резонансной кривой $\Delta\omega$ (полоса пропускания контура). Ширина резонансной кривой определяется как интервал частот, на котором амплитуда напряжения (тока) не бывает меньше определенного значения. Пусть ω_1 и ω_2 - значения частот, при которых энергия колебаний вдвое меньше энергии в максимуме. Тогда, учитывая, что $|\omega_1 - \omega_2| < \omega_0$ и $|\omega_2 - \omega_1| < \omega_0$, можно показать, что:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}.$$

Отсюда видно, что чем больше добротность контура, тем уже резонансная кривая. Далее из формул получаем:

$$\Delta\omega U'_{cm} = \omega_0 U_m.$$

Таким образом видно, что чем больше максимум резонансной кривой, тем он острее, т.е. тем уже резонансная кривая (рис. 3).

Итак, максимум при резонансе получается тем выше и острее, чем меньше коэффициент затухания, т.е. чем меньше активное сопротивление и больше активность контура (рис. 4).

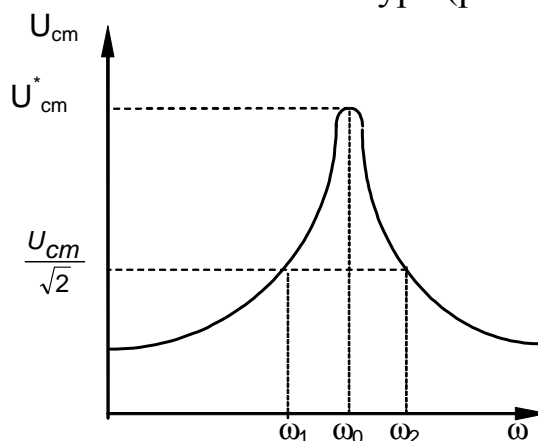


Рис.4

Резонансная частота $\omega_{\text{рез}}$ для любого контура определяется из условия, что сдвиг фаз тока и напряжения близок к нулю (реактивное сопротивление контура равно нулю), и тем самым создаются наилучшие

условия для передачи энергии от генератора к контуру. Из этого условия получаем, что резонансная частота контура $\omega_{рез}$ при резонансе напряжения равна собственной частоте ω_0 :

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Амплитуда напряжения на конденсаторе при резонансе напряжения достигает максимального значения U_{cm}^* при частоте $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} < \omega_0$, всегда чуть меньшей резонансной частоты. Однако, если учесть, что резонанс имеет место при $\delta^2 \ll \omega_0^2$, то приблизительно:

$$\omega^* \approx \omega_{рез} = \omega_0.$$

Явление резонанса напряжения широко используется для выделения из сложного напряжения нужной составляющей. Пусть, например, напряжение, приложенное к контуру, равно:

$$U = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + U_{m2} \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Настроив контур на одну из частот ω_i (подобрав соответствующим образом его параметры L и C), можно получить на конденсаторе напряжение, в Q раз превышающее значение данной составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет малым. Такой процесс осуществляется, например, при настройке радиоприемника на нужную длину волны.

ХОД РАБОТЫ

1. Подготовьте осциллограф и генератор к работе и проверьте их работоспособность.
2. Соберите цепь по схеме (рис. 5) (R - активное сопротивление катушки индуктивности).

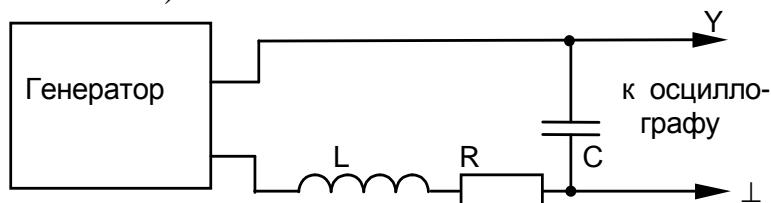


Рис. 5

3. На выходе генератора установите $U_{вых} = 1$ В и с помощью осциллографа проконтролируйте данное значение.
4. Вращая ручку «ЧАСТОТА», пройдите все диапазоны до выяснения, в каком из них будет наблюдаться явление резонанса.
5. Обнаружив нужный диапазон, снимите зависимость $U_{cm} = f(\nu)$ в области резонанса. Шаг изменения частоты генератора выберите самостоятельно. Входное напряжение постоянно поддерживайте равным 1 В.

6. Установите начальную частоту диапазона, на котором обнаружен резонанс.

7. С помощью осциллографа или вольтметра измерьте амплитуду сигнала.

8. Пп. 5, 6 повторите для других частот диапазона. Вблизи вершины резонансной кривой частоту генератора следует изменять малыми шагами. Результаты записать в табл. 1.

Таблица 1

ν , Гц							
U , В							
ν/ν^*							
U_{cm}/U_{cm}^*							

9. Повторите пп. 4-7 для различных контуров (подключая другие конденсаторы или индуктивности).

10. Постройте резонансные кривые для каждого контура.

11. Из графиков резонансных кривых определите резонансную частоту, добротность и ширину полосы пропускания соответствующих контуров. Сравните полученные значения с расчетными.

12. Рассчитайте теоретическое и экспериментальное значение логарифмического декремента затухания для каждого контура из

соотношения $\theta = \frac{\pi}{Q}$, где значение добротности берется из формул (3) и (5).

13. Постройте на одном рисунке нормированные резонансные кривые $U_{cm}/U_{cm}^* = f(\nu/\nu^*)$ для всех контуров.

14. Сделайте выводы по полученным результатам.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются вынужденными?
2. Что такое явление резонанса? Сформулируйте условия резонанса.
3. Перечислите особенности резонанса напряжений и токов.
4. Постройте векторные диаграммы напряжений и токов в случае резонанса.
5. Нарисуйте электрические схемы для экспериментального изучения явления резонанса в последовательном и параллельном контурах.
6. Как влияет добротность контура на форму резонансных кривых?
7. Решите дифференциальные уравнения и получите выражения для амплитуды и фазы вынужденных колебаний и проанализируйте их.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеев О.Л., Ворончихин Л.Д., Коврижных Ю.Т.* Руководство к лабораторным работам по курсу общей физики: Электричество. – Свердловск, 1974. – С. 209-217.

2. *Евграфова Н.Н., Каган В.Л.* Руководство к лабораторным работам по физике: Учеб. пособие для радиотехн. и электроприборостроит. специальностей вузов. – М.: Высш. школа, 1970. – С. 250-252.

3. *Савельев И.В.* Курс общей физики: Электричество. – В 2-х т. – М.: Наука, 1970. – Т. II. – с. 364-372.