

## Лабораторная работа № 7

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** исследовать зависимость напряжения на конденсаторе от частоты вынуждающего воздействия; определить основные параметры контура.

**ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ:** генератор синусоидальных сигналов, осциллограф, макет для сборки исследуемого колебательного контура (конденсатор, катушка индуктивности).

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Замкнутая цепь, состоящая из емкости  $C$ , индуктивности  $L$ , активного сопротивления  $R$ , образует колебательный контур (рис. 1). Если в колебательный контур включить источник периодической (гармонической) ЭДС, то в контуре после затухания собственных колебаний установятся вынужденные электрические колебания с частотой, которая совпадает с частотой вынуждающей ЭДС. Интенсивность установившихся электрических колебаний в контуре может быть охарактеризована амплитудой тока (напряжения) на конденсаторе или индуктивности.

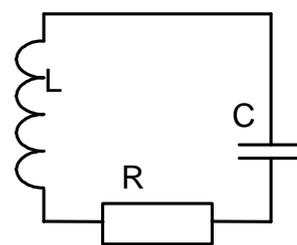


Рис. 1

Амплитуда каждой из этих величин зависит от частоты вынуждающей ЭДС и имеет характерный максимум вблизи собственной частоты контура  $\omega_0$ , т.е. наблюдается явление резонанса. Явление резонанса состоит в резком возрастании амплитуды установившихся колебаний при приближении частоты внешней ЭДС  $\omega$  к собственной частоте  $\omega_0$  данного контура.

Поведение контура зависит от способа включения источника. Если источник включается последовательно с элементами  $L$ ,  $C$ ,  $R$  (рис. 2,а), то говорят о резонансе в последовательном контуре или резонансе напряжения.

Если источник ЭДС питает параллельно включенные ветви контура с  $L$  и  $C$  (рис. 2,б), то говорят о резонансе в параллельном контуре или резонансе токов. В данной работе экспериментально исследуются зависимость амплитуды  $U_{cm}$  переменного напряжения на конденсаторе от частоты напряжения последовательно включенного источника.

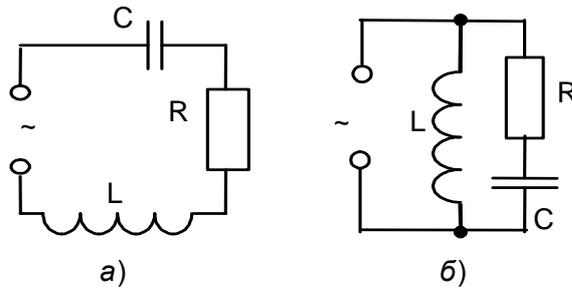


Рис. 2

Уравнение амплитудной резонансной кривой  $U_{cm}=f(\omega)$  может быть получено следующим образом.

Приравняв сумму падений напряжения на элементах контура к приложенному напряжению (второе правило Кирхгофа):

$$U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = U(t),$$

где

$$U(t) = U_m \cos \omega t,$$

получим уравнение вынужденных электрических колебаний:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + U_C = U_m \cos \omega t. \quad (1)$$

Произведя преобразования, получим уравнение

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

где  $\delta = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания;  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  - собственная частота контура.

Учитывая, что

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{CdU_c}{dt} = C\dot{U}_c, \quad (q=CU_c),$$

получим

$$\ddot{U} + 2\delta\dot{U} + \omega_0^2 U = \frac{U_m}{L} \cos \omega t. \quad (2)$$

Частное решение уравнения (2) (для установившегося режима) имеет вид:

$$U_c(t) = U_{cm} \cos(\omega t - \varphi),$$

$$U_{cm} = \frac{U_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L + \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

где является аналитическим выражением амплитудной резонансной кривой для напряжений на конденсаторе;

$$\varphi = \arctg \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}$$

– сдвиг фаз между внешним напряжением и напряжением на конденсаторе.

Нетрудно показать, что амплитуда напряжения на конденсаторе достигает максимума при частоте  $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \leq \omega_0$ . Типичные амплитудные резонансные кривые  $U_{cm}=f(\omega)$  (амплитудно-частотная характеристика) для различных значений активного сопротивления контура представлены на рис. 3.

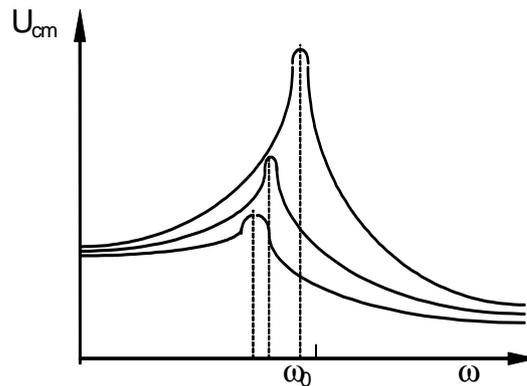


Рис. 3

Известно, что часто свойства колебательной системы удобно характеризовать добротностью  $Q$ , которая определяется как величина, обратно пропорциональная логарифмическому декременту затухания  $\theta$ :

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\delta T}, \text{ или } Q = 2\pi \frac{W}{dW},$$

где  $W$  - энергия, запасенная в контуре;

$dW$  - уменьшение энергии контура за период.

Последняя формула наиболее отчетливо отражает физический смысл добротности. Если затухание невелико ( $\delta^2 \ll \omega_0^2$ ), то теоретическое значение добротности может быть рассчитано по формуле:

$$Q_{теор} \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3)$$

Добротность контура можно легко определить из данных исследования явления резонанса. При малом затухании

$$\omega^* \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4)$$

Тогда  $U'_{cm}$  при резонансе будет равно

$$U'_{cm} = \frac{U_m}{\omega^* C \sqrt{R^2 + \left( \omega^* L + \frac{1}{\omega^* C} \right)^2}} = U_m \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx U_m Q$$

Отсюда экспериментальное значение добротности контура можно также определить как отношение максимальной амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде включенного напряжения:

$$Q_{\text{экс}} = \frac{U'_{cm}}{U_m}. \quad (5)$$

Значение напряжения в максимуме (амплитуды)  $U_{cm}$  является одной из характеристик амплитудной резонансной кривой. Другой важной характеристикой является ширина резонансной кривой  $\Delta\omega$  (полоса пропускания контура). Ширина резонансной кривой определяется как интервал частот, на котором амплитуда напряжения (тока) не бывает меньше определенного значения. Пусть  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - значения частот, при которых энергия колебаний вдвое меньше энергии в максимуме. Тогда, учитывая, что  $|\omega_1 - \omega_2| < \omega_0$  и  $|\omega_2 - \omega_1| < \omega_0$ , можно показать, что:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}.$$

Отсюда видно, что чем больше добротность контура, тем уже резонансная кривая. Далее из формул получаем:

$$\Delta\omega U'_{cm} = \omega_0 U_m.$$

Таким образом видно, что чем больше максимум резонансной кривой, тем он острее, т.е. тем уже резонансная кривая (рис. 3).

Итак, максимум при резонансе получается тем выше и острее, чем меньше коэффициент затухания, т.е. чем меньше активное сопротивление и больше активность контура (рис. 4).

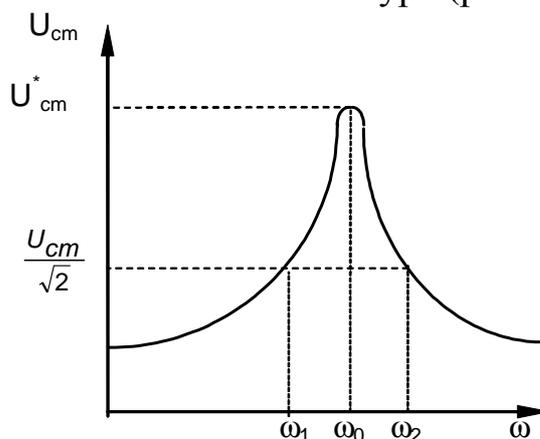


Рис.4

Резонансная частота  $\omega_{\text{рез}}$  для любого контура определяется из условия, что сдвиг фаз тока и напряжения близок к нулю (реактивное сопротивление контура равно нулю), и тем самым создаются наилучшие

условия для передачи энергии от генератора к контуру. Из этого условия получаем, что резонансная частота контура  $\omega_{рез}$  при резонансе напряжения равна собственной частоте  $\omega_0$ :

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Амплитуда напряжения на конденсаторе при резонансе напряжения достигает максимального значения  $U_{см}^*$  при частоте  $\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} < \omega_0$ , всегда чуть меньшей резонансной частоты. Однако, если учесть, что резонанс имеет место при  $\delta^2 \ll \omega_0^2$ , то приблизительно:

$$\omega^* \approx \omega_{рез} = \omega_0.$$

Явление резонанса напряжения широко используется для выделения из сложного напряжения нужной составляющей. Пусть, например, напряжение, приложенное к контуру, равно:

$$U = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + U_{m2} \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Настроив контур на одну из частот  $\omega_i$  (подобрав соответствующим образом его параметры  $L$  и  $C$ ), можно получить на конденсаторе напряжение, в  $Q$  раз превышающее значение данной составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет малым. Такой процесс осуществляется, например, при настройке радиоприемника на нужную длину волны.

## ХОД РАБОТЫ

1. Подготовьте осциллограф и генератор к работе и проверьте их работоспособность.
2. Соберите цепь по схеме (рис. 5) ( $R$  - активное сопротивление катушки индуктивности).

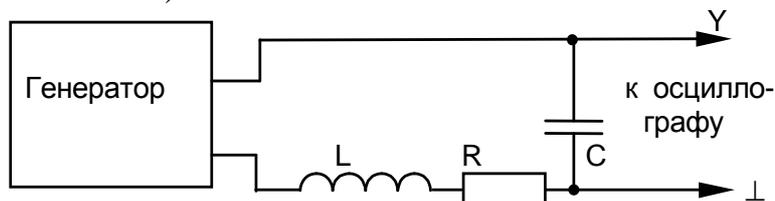


Рис. 5

3. На выходе генератора установите  $U_{вых} = 1$  В и с помощью осциллографа проконтролируйте данное значение.
4. Вращая ручку «ЧАСТОТА», пройдите все диапазоны до выяснения, в каком из них будет наблюдаться явление резонанса.
5. Обнаружив нужный диапазон, снимите зависимость  $U_{см} = f(\nu)$  в области резонанса. Шаг изменения частоты генератора выберите самостоятельно. Входное напряжение постоянно поддерживайте равным 1 В.

6. Установите начальную частоту диапазона, на котором обнаружен резонанс.

7. С помощью осциллографа или вольтметра измерьте амплитуду сигнала.

8. Пп. 5, 6 повторите для других частот диапазона. Вблизи вершины резонансной кривой частоту генератора следует изменять малыми шагами. Результаты записать в табл. 1.

Таблица 1

$\nu$ , Гц							
$U$ , В							
$\nu/\nu^*$							
$U_{cm}/U_{cm}^*$							

9. Повторите пп. 4-7 для различных контуров (подключая другие конденсаторы или индуктивности).

10. Постройте резонансные кривые для каждого контура.

11. Из графиков резонансных кривых определите резонансную частоту, добротность и ширину полосы пропускания соответствующих контуров. Сравните полученные значения с расчетными.

12. Рассчитайте теоретическое и экспериментальное значение логарифмического декремента затухания для каждого контура из

соотношения  $\theta = \frac{\pi}{Q}$ , где значение добротности берется из формул (3) и (5).

13. Постройте на одном рисунке нормированные резонансные кривые  $U_{cm}/U_{cm}^* = f(\nu/\nu^*)$  для всех контуров.

14. Сделайте выводы по полученным результатам.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются вынужденными?
2. Что такое явление резонанса? Сформулируйте условия резонанса.
3. Перечислите особенности резонанса напряжений и токов.
4. Постройте векторные диаграммы напряжений и токов в случае резонанса.
5. Нарисуйте электрические схемы для экспериментального изучения явления резонанса в последовательном и параллельном контурах.
6. Как влияет добротность контура на форму резонансных кривых?
7. Решите дифференциальные уравнения и получите выражения для амплитуды и фазы вынужденных колебаний и проанализируйте их.

## РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеев О.Л., Ворончихин Л.Д., Коврижных Ю.Т.* Руководство к лабораторным работам по курсу общей физики: Электричество. – Свердловск, 1974. – С. 209-217.

2. *Евграфова Н.Н., Каган В.Л.* Руководство к лабораторным работам по физике: Учеб. пособие для радиотехн. и электроприборостроит. специальностей вузов. – М.: Высш. школа, 1970. – С. 250-252.

3. *Савельев И.В.* Курс общей физики: Электричество. – В 2-х т. – М.: Наука, 1970. – Т. II. – с. 364-372.