Лабораторная работа №3

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ И ЗАТУХАЮЩИХ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определить коэффициент затуханий и добротность колебательной системы.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: лабораторная установка, секундомер.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Движение тел, характеризующееся определённой повторяемостью, называется колебательным.

Если периодические движения происходят по закону синуса или косинуса, то такие колебания называются гармоническими:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi), \qquad (1)$$

Если твёрдое тело имеет неподвижную ось и вращается около неё попеременно то в одну сторону, то в другую, то такие колебания называются крутильными колебаниями. Каждая точка при этом совершает колебания по дуге окружности соответствующего радиуса. Закон движения может быть написан через угловые величины следующим образом:

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi), \qquad (2)$$

где α_o - угол наибольшего отклонения;

α - угол отклонения от положения равновесия.

При крутильных гармонических колебаниях угловое ускорение тела изменяется по закону:

$$\varepsilon = -\omega^2 \alpha. \qquad (3)$$

Умножив обе части равенства (3) на момент инерции тела J, получим:

$$J\varepsilon = -J\omega^2 \alpha$$

или

$$M = -D\alpha, \qquad (4)$$

где M – момент силы; $D = J\omega^2$ - коэффициент возвращающего момента.

Нетрудно видеть, что тело совершает гармонические крутильные колебания, если на него действует вращающий момент M, пропорциональный углу поворота α и направленный в сторону, противоположную повороту. Момент, удовлетворяющий отмеченным условиям, называется возвращающим. При известных J и D циклическая частота ω_0 находится как

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}, \qquad (5)$$

а период колебаний

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}. \qquad (6)$$

Такие крутильные колебания, которые происходят только под действием возвращающего момента, т.е. когда отсутствуют другие силы, называют собственными, а циклическую частоту ω_0 - собственной частотой.

У затухающих колебаний, происходящих при наличии сил трения, амплитуда колебаний с течением времени уменьшается. Она происходит по закону:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi), \qquad (7)$$

где ω - циклическая частота затухающего колебания,

δ - коэффициент затухания.

Циклическая частота затухающих колебаний связана с циклической частотой собственных колебаний следующим образом:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\ , \qquad (8)$$

т.е., $\omega_0 > \omega$ и периоды колебаний соответственно $T > T_0$.

Отношение амплитуд, отстоящих друг от друга во времени на один период, определяется по формуле:

$$\frac{\alpha_t}{\alpha_{(t+T)}} = \frac{\alpha_0 e^{-\delta T}}{\alpha_0 e^{-\delta(t+T)}} = \frac{1}{e^{-\delta T}} = e^{\delta T}\ .$$

Натуральный логарифм этого отношения называется логарифмическим декрементом затухания:

$$\theta = \ln \frac{\alpha_t}{\alpha_{(t+T)}} = \delta T\ . \qquad (9)$$

Энергетически колебательная система характеризуется добротностью. Под этим названием понимают увеличенное в 2π раз отношение полной энергии системы E к энергии W, рассеянной за период:

$$Q = 2\pi \frac{E}{W}. \qquad (10)$$

Очевидно, что чем меньше энергии рассеивается, тем больше добротность системы. В идеальном случае (при отсутствии потерь) добротность системы очень велика. После несложных преобразований выражение (10) можно привести к виду:

$$Q = \frac{\pi}{\theta}. \qquad (11)$$

Таким образом, добротность системы обратно пропорциональна логарифмическому декременту затухания.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

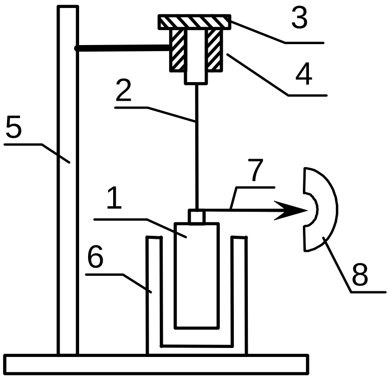

Рис. 1

Лабораторная установка (рис. 1) представляет собой цилиндр 1, укреплённой на тонкой упругой проволоке 2, второй конец которой укреплён в головке 3, вставленной в гнездо 4, закреплённое на штативе 5. Цилиндр помещен в металлический стакан 6. К цилиндру прикреплена стрелка 7, находящаяся над угловой шкалой 8, для отсчёта углов поворота. Если головку 3 повернуть в одну сторону и быстро вернуть в исходное положение, цилиндр начнёт совершать крутильные колебания. Перед началом эксперимента переместите шкалу 8 так, чтобы нулевое деление совпало с концом стержня. Повернув головку 3 на небольшой угол и вернув её в начальное положение, приведите цилиндр в крутильное колебание.

ХОД РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ 1. Определение коэффициента затухания колебательной системы

1. Измерьте время 20 полных колебаний и определите период собственных колебаний: $T_0 = \dfrac{t}{n}$.

Результаты занесите в табл. 1.

2. Определив период собственных колебаний T_0, найдите собственную циклическую частоту ω_0 по формуле: $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$.

Таблица 1

№	n	t, с	T_0, с	ω_0, рад/с

3. Возьмите металлический стакан с жидкостью (чуть больше половины) и, поместив в него цилиндр, аналогичным образом определите период затухающих колебаний T и циклическую частоту ω.

4. Воспользовавшись выражением (8), определите коэффициент затухания δ. Результаты занесите в табл. 2.

Таблица 2

№	n	t, с	T, с	ω, рад/с	δ, рад/с

ЗАДАНИЕ 2. Определение логарифмического декремента затухания и добротности колебательной системы

1. В стакан налейте жидкость (больше половины). Цилиндр опущен в стакан.

2. Используя результаты, полученные в задании 1, вычислите логарифмический декремент затухания $\theta_{теор} = \delta T$.

3. Полученные результаты запишите в табл. 3.

Таблица 3

№	число колебаний n	α_t, рад	$\alpha_{(t+nT)}$, рад	$\theta_{теор} = \delta T$	$\theta_{экс}$

4. Для какого-то значения времени t после начала колебаний определите амплитудное отклонение стрелки от положения равновесия α_t, а затем определите амплитудное отклонение стрелки через n полных колебаний $\alpha_{(t+nT)}$. Взяв натуральный логарифм отношения этих амплитуд

$$\ln\frac{\alpha_t}{\alpha_{(t+nT)}} = n\delta T,$$

получим:

$$\theta_{экс} = \delta T = \frac{1}{n}\ln\frac{\alpha_t}{\alpha_{(t+nT)}}.$$

5. Полученные результаты запишите в табл. 3. Сравните $\theta_{теор}$ и $\theta_{экс}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие движения называются колебательными, а какие – гармоническими?

2. Какие колебательные движения называются затухающими? Запишите закон затухающих колебаний.

3. Что характеризует собой логарифмический декремент затухания?

4. Что понимают под добротностью колебательной системы?

5. Имеется ли связь между добротностью колебательной системы и логарифмическим декрементом затухания?

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Александров Н.В., Яшкин А.Я.* Курс физики. Механика: Учеб. пособие для студентов заочников физико-математических факультетов пед. институтов. М.: Просвещение, 1978. – С. 314-319.
2. *Архангельский М.М.* Курс физики. Механика: Учеб. пособие для пед. институтов. – М.: Просвещение, 1975. – С. 327-335.
3. *Стрелков С.*П. Механика: Учеб. пособие для университетов. – М.: Просвещение, 1975. – С. 428-437.