

Задачи для самостоятельного решения
Тема 12. Уравнение электромагнитной волны.

Энергия электромагнитной волны. Эффект Доплера.

12.1. Для демонстрации преломления электромагнитных волн Герц применял призму, изготовленную из парафина. Определите показатель преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\epsilon=2$ и магнитная проницаемость $\mu=1$.

Ответ: $n=1,41$.

12.2. После того как между внутренним и внешним проводниками кабеля поместили диэлектрик, скорость распространения электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 63%. Определите диэлектрическую восприимчивость вещества прослойки.

Ответ: $\chi=6,3$.

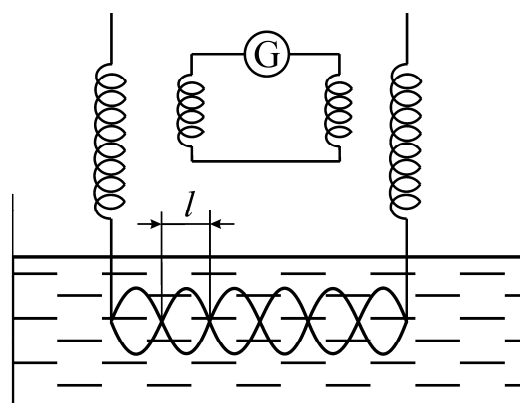
12.3. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C=0,5$ нФ и катушку индуктивностью $L=0,4$ мГн. Определите длину волны излучения, генерируемого контуром.

Ответ: $\lambda=843$ м.

12.4. Длина λ электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определите максимальный заряд Q_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_m=1$ А.

Ответ: $Q_m=6,37$ нКл.

12.5. Два тонких изолированных стержня погружены в трансформаторное масло и индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний. При частоте колебаний 505 МГц в системе возникают стоячие волны, расстояние между соседними пучностями которых равно 20 см.



Принимая магнитную проницаемость масла равной единице, определите его диэлектрическую проницаемость.

Ответ: $\epsilon=2,2$.

12.6. Покажите, что плоская монохромная волна

$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ удовлетворяет уравнению
$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

где v – фазовая скорость электромагнитных волн.

12.7. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 10 В/м. Определите амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Ответ: $H_0=26,5$ мА/м.

12.8. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна 1 мА/м. Определите амплитуду напряженности электрического поля волны.

Ответ: $E_m=0,377$ В/м.

12.9. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская монохроматическая электромагнитная волна, описываемая уравнениями $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$ и $\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx)$. Эта волна отражается от плоскости, перпендикулярной оси x . Запишите уравнения, описывающие отраженную волну, а также объясните их физический смысл.

12.10. Рассмотрите суперпозицию двух плоских монохроматических электромагнитных волн с одинаковыми амплитудами \vec{E}_0 и \vec{H}_0 , распространяющихся вдоль оси x в противоположных направлениях. Начальную фазу прямой и обратной волны примете равной нулю. Определите координаты пучностей и узлов для: 1) электрического вектора \vec{E} ; 2) магнитного вектора \vec{H} стоячей волны.

12.11. В вакууме вдоль ос x распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 2 В/м. Определите давление, оказываемое волной на тело.

Ответ: $p=17,7 \cdot 10^{-12}$ Па.

12.12. Плоская монохроматическая электромагнитная волна распространяется вдоль оси x . Амплитуда напряженности электромагнитного поля волн $E_0=5$ мВ/м, амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_0=1$ мА/м. Определите энергию, перенесенную волной за время $t=10$ мин через площадку, расположенную перпендикулярно оси x , площадью поверхности $S=15$ см². Период волны $T \ll t$.

Ответ: $W = 2,25$ мкДж.

12.13. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического

поля волны составляет 50 мВ/м. Определите интенсивность волны I , т.е. среднюю энергию, проходящую через единицу поверхности в единицу времени.

Ответ: $I = 3,32 \text{ мкВт/м}^2$.

12.14. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны составляет 5 мА/м. Определите интенсивность волны I .

Ответ: $I = 4,71 \text{ мВт/м}^2$.

12.15. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если линия водорода $\lambda_0 = 434 \text{ нм}$ (для неподвижного источника) в ее спектре смещена в длинноволновую сторону на 130 нм?

Ответ: $v = 0,77 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

12.16. С какой скоростью должна была бы двигаться автомашина, чтобы красный свет светофора ($\lambda \approx 0,7 \text{ мкм}$) превратился в зеленый ($\lambda' \approx 0,55 \text{ мкм}$)?

Ответ: $v = 7 \cdot 10^4 \text{ км/с}$.

12.17. По некоторой прямой движутся в одном направлении наблюдатель со скоростью $v_1 = 0,50 c$ и впереди него источник света со скоростью $v_2 = 0,75 c$. Собственная частота света равна ω_0 . Найти частоту света, которую зафиксирует наблюдатель.

Ответ: $\omega = \omega_0 \sqrt{3/7}$.

12.18. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda = 656,3 \text{ нм}$. Найти доплеровское смещение $\Delta\lambda$ этой линии, если ее наблюдать под прямым углом к пучку атомов водорода с кинетической энергией $K = 1,0 \text{ МэВ}$ (поперечный Доплер-эффект).

Ответ: $\Delta\lambda = 0,7 \text{ нм}$.

12.19. Определить коэффициент затухания электромагнитных волн в среде при полном внутреннем отражении.

Ответ: $d = \frac{1}{\chi} = \alpha_2 / \omega \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha_1}{n_{12}^2} - 1}$.

12.20. Определить энергию, которую переносит за время $t = 1$ мин плоская синусоидальная электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме, через площадку $S = 10 \text{ см}^2$, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 1 \text{ мВ/м}$. Период волны $T \ll t$.

Ответ: $W = 8 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$.

12.21. Выразить модуль напряженности электрического поля E плоской волны через модуль вектора Пойтинга и диэлектрическую проницаемость среды ϵ . (Положить $\mu = 1$).

Ответ: $E = \sqrt{\frac{S}{c\epsilon_0\sqrt{\epsilon}}}$.