ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Цель работы: исследование криволинейного движения тела; проверка законов кинематики движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Приборы и принадлежности: пистолет баллистический, масштабная линейка, копировальная бумага, деревянная плита.

Краткая теория

Если тело брошено с начальной скоростью $\vec{\upsilon}_0$, составляющий угол α с горизонтом, то оно полетит по криволинейной траектории. Определим форму траектории. Введем координатные оси как показано на рис. 1. Разложим скорость $\vec{\upsilon}_0$ на две составляющие по координатным осям:

$$\upsilon_{0X} = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha,\ \upsilon_{0Y} = \upsilon_0 \cdot \sin\alpha. \qquad (1)$$

Движение тела можно рассматривать как сумму двух движений:

а) равномерного вдоль горизонтальной оси OX со скоростью

$$\upsilon_X = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha. \qquad (2)$$

б) (равноускоренного) равнопеременного по вертикальной оси OY. Ускорение свободного падения направлено вниз (в сторону, противоположную, направлению оси OY), поэтому составляющая скорости по этой оси в любой момент времени равна

$$\upsilon_Y = \upsilon_{0Y} - gt \text{ или } \upsilon_Y = \upsilon_0 \cdot \sin\alpha - gt. \qquad (3)$$

Координаты x и y как функции времени выразятся так:

$$x = \upsilon_{0X} t = \upsilon_0 t \cdot \cos\alpha;\ y = \upsilon_{0Y} t - \frac{gt^2}{2} = \upsilon_0 t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Исключая из этих выражений время, получим уравнение траектории движения:

$$y = x\,tg\alpha - x^2 \frac{g}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha}. \qquad (5)$$

Вводя обозначение для постоянных коэффициентов

$$tg\alpha = b,\ \frac{g}{2\upsilon_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = a, \text{ получим} \qquad (6)$$

$$y = bx - ax^2. \qquad (7)$$

Это уравнение параболы. Таким образом, тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе, в уравнение которой в качестве постоянных членов входят угол наклона α – в виде функции $tg\alpha$ и $\cos^2\alpha$, начальная скорость $\vec{\upsilon}_0$ и ускорение свободного падения g.

Задание 1. Рассчитать, под каким углом α надо произвести выстрел из баллистического пистолета, чтобы шарик попал в точку с координатами x и y (координаты x и y задаются преподавателем)**.**

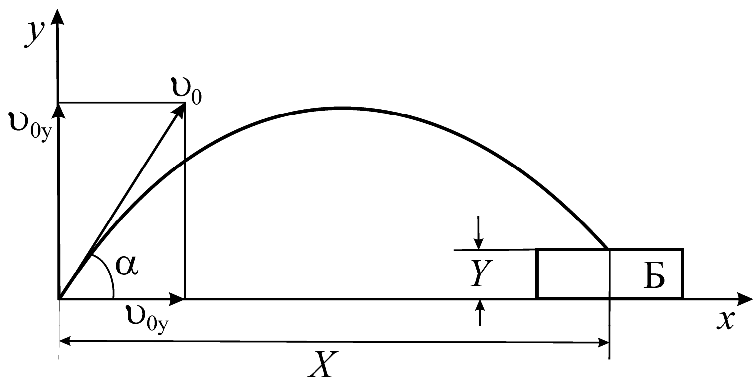

Рис. 1

Для решения поставленной задачи воспользуемся выражением (7), однако предварительно надо определить начальную скорость υ_0.

Для определения υ_0 осуществляется пробный (вертикальный) выстрел.

Выстрел произвести не менее 3 раз и по среднему значению высоты подъема h_{CP} определяется υ_0 из закона сохранения энергии $\frac{m\upsilon_0^2}{2} = mgh$. Запишем уравнение траектории (7) $y = -ax^2 + bx$ и, разделив левую и правую части его на x^2, получим: $a = \frac{b}{x} - \frac{y}{x^2}$, или заменяя a и b их значениями (6), будем иметь:

$$\frac{g}{2\upsilon_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = \frac{tg\alpha}{x} - \frac{y}{x^2}. \qquad (8)$$

В это выражение угол α входит в виде функций $tg\alpha$ и $\cos^2\alpha$. Выразим одну функцию через другую (того же аргумента).

$$\cos^2\alpha = 1/(1 + tg^2\alpha). \qquad 9$$

Подставив (9) в (8), приведем его к виду

$$\frac{g}{2\upsilon_0^2} tg^2\alpha - \frac{1}{x} tg\alpha + \left(\frac{g}{2\upsilon_0^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 0.$$

Введем обозначения $\frac{g}{2\upsilon_0^2} = A$, $\frac{1}{x} = B$, $\left(\frac{g}{2\upsilon_0^2} + \frac{y}{x^2}\right) = C$, получим квадратное уравнение, в котором неизвестным будет $tg\alpha$.

$$Atg^2\alpha - Btg\alpha + C = 0. \qquad (10)$$

Решая (10) относительно $tg\alpha$, находим

$$tg\alpha_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \qquad (11)$$

По значениям $tg\alpha_1$ и $tg\alpha_2$ находим углы α_1 и α_2.

Задание 2. Осуществив выстрел из пистолета, экспериментально проверить правильность расчетов.

а) установить пистолет под углом α_1 к горизонту, на расстоянии x от пистолета положить брусок $Б$, толщиной y (x и y заданы преподавателем.) (См рис. 1.)

Положите на брусок лист чистой бумаги, поверх которой копировальную бумагу и проведите 3 проверочных выстрела. Измерив значения x_1, x_2, x_3, найдите x_{CP}, сравните его с заданным.

б) установите пистолет под углом α_2 и проведите аналогичный эксперимент. Результаты внесите в таблицу.

Координаты мишени (заданы)		Рассчитаны		Экспериментально проверено			
				x_1, м	x_2, м	x_3, м	$x_{ср}$, м
x, м	y, м	υ_0, м/с	α_1				
			α_2				

Задание 3. По данным эксперимента вычислить время полета шариков для углов α_1 и α_2.

Контрольные вопросы

1. Что называется траекторией движения? Какова траектория движения тела, брошенного под углом горизонту?
2. Почему при разложении скорости $\vec{\upsilon}_0$ тела, брошенного под углом к горизонту на две составляющие, мы движение вдоль горизонтального направления можем считать как равномерное, а вдоль вертикального – как равнопеременное?
3. Как модуль полного ускорения тела, движущегося по криволинейной траектории, связан с модулями тангенциального и нормального ускорений?
4. Может ли модуль полного ускорения при криволинейном движении быть направленным по касательной? по нормали?
5. Выведите формулу для расчета угла, под которым нужно бросить тело, чтобы оно попало в точку с заданными координатами X и $У$?

6. Расскажите о законе всемирного тяготения. От чего зависит ускорение свободного падения?
7. Выведите формулы для расчета первой, второй и третьей космической скорости.
8. Чему равно ускорение свободного падения в центре Земли. Нарисуйте график зависимости ускорения свободного падения от расстояния от центра Земли.
9. Где выше может прыгнуть «Незнайка» – на Луне или на Земле? Почему?
10. Как определяли начальную скорость пули баллистического пистолета?
11. Как задается траектория движения при движении тел в нескольких направления?
12. Что такое параметрическое задние движения? Как получить уравнение траектории из параметрических уравнений движения?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Александров А.В., Яшкин А.Я.* Курс общей физики. Механика. – М.: Просвещение, 1978. – с. 56–63, 148.
2. *Архангельский М.М.* Курс физики. Механика. – М.: Просвещение, 1975. – Гл. V, §1 – §3; Гл. VII, §5, §7, §8.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. – Т.1. – М.: Наука, 1973.
4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. – Т.1. – М.: Наука, 1974. §55–62.
5. *Стрелков С.П.* Механика. – М.: Наука, 1975. §76–80.